

传输线和波导

常用的微波传输线有平行双线、同轴线、金属波导、介质波导和微带线等形式。每一种传输线各有其特点,并适用于不同的应用场合。

在无线电波的低频端,通过类似电力传输的两根平行导线(平行双线)来传输电磁波信号。频率较高时,通常采用同轴线来传输。频率更高时,采用空心金属波导来传输,根据波导的横截面的形状可分为矩形波导、圆波导等波导形式。

§ 3.1 同 轴 线

同轴线是由两根同轴的导体构成的导行系统。其内导体外半径为 a ,外导体内半径为 b ,两导体间填充空气或者介电常数为 ε 的高频介质,如图 3-1-1 所示。

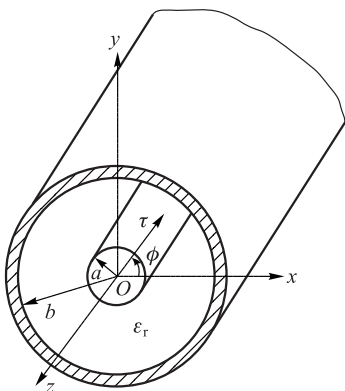


图 3-1-1 同轴线的结构

同轴线是双导体导行系统,其传输的主模式是 TEM 模。但当同轴线的横向尺寸可与工作波长比拟时,同轴线也会出现 TE 模和 TM 模,它们是同轴线的高次模。同轴线的传输模式决定于同轴线的尺寸和电磁波的频率。同轴线是一种宽频带微波传输线,可以从直流一直工作到毫米波波段,因此在微波测量系统和微波元件中,同轴线都得到了广泛的应用。本节主要研究同轴线

的 TEM 模的传输特性,同时也分析了高次模的产生条件。

3.1.1 同轴线的 TEM 导波场

如图 3-1-1 所示,采用圆柱坐标系 (r, φ, z) , 对于 TEM 模, $E_z = H_z = 0$, 电场 $\mathbf{E}(r, \varphi, z) = \mathbf{E}_t(r, \varphi, z) = \mathbf{E}_{t0}(r, \varphi, z) e^{-j\beta z}$, 而 $\nabla_t \times \mathbf{E}_t = -j\omega\mu\mathbf{z}H_z = 0$, 于是 $E_{0t}(r, \varphi)$ 可用标量位函数 $\Phi(r, \varphi)$ 的梯度表示为

$$\mathbf{E}_{t0}(r, \varphi) = -\nabla_t \Phi(r, \varphi) \quad (3.1.1)$$

又因为 $\nabla \cdot \mathbf{E}_t = 0$, 因此得到

$$\nabla_t^2 \Phi(r, \varphi) = 0 \quad (3.1.2)$$

用圆柱坐标系表示则为

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial \Phi(r, \varphi)}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi(r, \varphi)}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (3.1.3)$$

设边界条件为

$$\Phi(a, \varphi) = V_0 \quad (3.1.4)$$

$$\Phi(b, \varphi) = 0 \quad (3.1.5)$$

应用分离变量法对式(3.1.3)求解, 令

$$\Phi(r, \varphi) = R(r)F(\varphi) \quad (3.1.6)$$

代入式(3.1.3)得

$$\frac{r}{R(r)} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right] + \frac{1}{F(\varphi)} \cdot \frac{d^2 F(\varphi)}{d\varphi^2} = 0 \quad (3.1.7)$$

式(3.1.7)的成立条件为每项必须为常数。令分离变量常数为 k_r 和 k_φ , 得

$$\frac{r}{R(r)} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right] = -k_r^2 \quad (3.1.8)$$

$$\frac{1}{F(\varphi)} \cdot \frac{d^2 F(\varphi)}{d\varphi^2} = -k_\varphi^2 \quad (3.1.9)$$

而

$$k_r^2 + k_\varphi^2 = 0 \quad (3.1.10)$$

一般解为

$$F(\varphi) = A \cos(n\varphi) + B \sin(n\varphi) \quad (3.1.11)$$

这里 $k_\varphi = n$ 必须是整数。

而边界条件式(3.1.4)和式(3.1.5)不随 φ 变化, 所以位函数也不应随 φ 变化, 故 n 必须为零, 则得 $F(\varphi) = A$; 又由式(3.1.10), 则 k_r 也必须为零。因此式(3.1.8)简化为

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right] = 0 \quad (3.1.12)$$

其解为

$$R(r) = C \ln r + D \quad (3.1.13)$$

因此位函数为

$$\Phi(r, \varphi) = (C \ln r + D)A = C_1 \ln r + C_2 \quad (3.1.14)$$

代入边界条件式得

$$\Phi(a, \varphi) = V_0 = C_1 \ln a + C_2$$

$$\Phi(b, \varphi) = 0 = C_1 \ln b + C_2$$

解得 C_1 和 C_2 , 代入式(3.1.14), 有

$$\Phi(r, \varphi) = \frac{V_0 \ln(b/r)}{\ln(b/a)} \quad (3.1.15)$$

由式(3.1.1)可求得横向电场为

$$\mathbf{E}_{0t}(r, \varphi) = -\nabla_t \Phi(r, \varphi) = -\left[\hat{\mathbf{r}} \frac{\partial \Phi(r, \varphi)}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\varphi}} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi(r, \varphi)}{\partial \varphi} \right] = \hat{\mathbf{r}} \frac{V_0}{r \ln(b/a)}$$

因此电场为

$$\mathbf{E}(r, \varphi, z) = \mathbf{E}_{0t}(r, \varphi) e^{-j\beta z} = \hat{\mathbf{r}} \frac{V_0}{r \ln(b/a)} e^{-j\beta z} = \hat{\mathbf{r}} E_m e^{-j\beta z} \quad (3.1.16)$$

式中, E_m 为电场振幅, β 为传播常数, 有

$$\beta = k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} \quad (3.1.17)$$

横向磁场为

$$\mathbf{H}(r, \varphi, z) = \frac{1}{\eta} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_{0t}(r, \varphi) e^{-j\beta z} = \hat{\boldsymbol{\varphi}} \frac{E_m}{\eta} e^{-j\beta z} \quad (3.1.18)$$

根据式(3.1.16)和式(3.1.18)可画出同轴线中 TEM 模的场结构, 如图 3-1-2 所示。

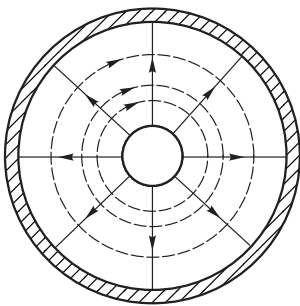


图 3-1-2 同轴线中 TEM 模的场结构

3.1.2 传输特性

1. 相速和相波长

对于 TEM 模, $k_c = 0, \lambda_c = \infty, \beta = k$, 则相速为

$$v_p = v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \quad (3.1.19)$$

相波长为

$$\lambda_p = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \quad (3.1.20)$$

ε_r 为同轴线中填充介质的相对介电常数, c 为光速。

2. 特性阻抗

同轴线内外导体电位差可由式(3.1.16)中横向电场 E_r 求得,有

$$V_{ab} = V_a - V_b = \int_{r=a}^b E_r(r, \varphi, z) dr = V_0 e^{-j\beta z} \quad (3.1.21)$$

内导体上总电流由式(3.1.18)求得,有

$$I_a = \int_{\varphi=0}^{2\pi} H_{\varphi}(r, \varphi, z) a d\varphi = \frac{2\pi V_0}{\eta \ln(b/a)} e^{-j\beta z} = I_0 e^{-j\beta z} \quad (3.1.22)$$

特性阻抗为

$$Z_0 = \frac{V_{ab}}{I_a} = \frac{\eta \ln(b/a)}{2\pi} = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{b}{a} \quad (\Omega) \quad (3.1.23)$$

3. 衰减常数

由式(3.1.16)可知,在 $z=0$ 时, $E_0 = V_0 / \ln \frac{b}{a}$, 带入式(3.1.16)和式(3.1.18)可得

$$E_r = \frac{V_0}{\ln \frac{b}{a}} \cdot \frac{1}{r} e^{-j\beta z}, \quad H_{\varphi} = \frac{V_0}{\eta \ln \frac{b}{a}} \cdot \frac{1}{r} e^{-j\beta z} = \frac{E_r}{\eta} \quad (3.1.24)$$

由此得同轴线传输 TEM 模的平均功率为

$$P = \frac{1}{2\eta} \int_S |E_t|^2 dS = \frac{1}{2\eta} \int_a^b |E_r|^2 2\pi r dr = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\eta} \cdot \frac{|V_0|^2}{\ln \frac{b}{a}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|V_0|^2}{Z_0}$$

同轴线的功率容量可按式计算,有

$$P_{br} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|U_{br}|^2}{Z_0}$$

式中, U_{br} 为击穿电压,由击穿电场 E_{br} 决定。由于同轴线内的电场强度在 $r=a$ 处最强,因此由式(3.1.24)可得 U_{br} 和 E_{br} 的关系为

$$|U_{br}| = a E_{br} \ln \frac{b}{a}$$

代入功率容量公式可得到

$$P_{br} = \sqrt{\varepsilon_r} \frac{a^2 E_{br}^2}{120} \ln \frac{b}{a} \quad (3.1.25)$$

同轴线的衰减由两部分构成,一部分是由导体损耗引起的衰减,用 α_c 表示;另一部分是由介质损耗引起的衰减,用 α_d 表示。

同轴线的导体衰减常数为

$$\alpha_c = \frac{R_s}{2\eta \ln(b/a)} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (\text{Np/m}) \quad (3.1.26)$$

介质衰减常数为

$$\alpha_d = \frac{k \tan \delta}{2} \quad (\text{Np/m}) \quad (3.1.27)$$

式中, $R_s = (\pi f \mu / \sigma)^{\frac{1}{2}}$ 是导体的表面电阻, $\tan \delta$ 是同轴线中填充介质的损耗角正切。

由 $\partial \alpha_c / \partial a = 0$ (固定 b 不变) 可求得空气同轴线导体损耗最小的尺寸条件为

$$\frac{b}{a} = 3.591 \quad (3.1.28)$$

与此尺寸相应的空气同轴线特性阻抗为 76.71Ω 。

3.1.3 同轴线的高次模

若同轴线的尺寸与波长相比足够大时, 传输线上可能传输 TE 波或 TM 波。因此有必要研究高次模的场结构特点, 以便在给定频率下选择合适的尺寸, 保证在同轴线内可抑制高次模产生, 只传输 TEM 波。

对于同轴线内的高次模来说, 严格求解很困难, 一般采用数值解法近似求解。

对于 TM 波, 可算出 TM_{mn} 模的截止波长近似为

$$\lambda_{cTM_{mn}} \approx \frac{2}{n} (b - a) \quad (3.1.29)$$

最低次 TM_{01} 模的截止波长为

$$\lambda_{cTM_{01}} \approx 2(b - a) \quad (3.1.30)$$

对于 TE 波, 可得出最低次 TE_{11} 模的截止波长近似为

$$\lambda_{cTE_{11}} \approx \pi(a + b) \quad (3.1.31)$$

3.1.4 同轴线尺寸选择

选择同轴线尺寸的首要条件是保证同轴线只传输 TEM 波。由上述分析知, 同轴线中的 TE_{11} 模截止波长最大, 因此工作波长与同轴线尺寸应满足

$$\lambda > \lambda_c = \pi(a + b) \quad (3.1.32)$$

在设计同轴线尺寸时, 通常允许取 5% 的保险系数。在满足式 (3.1.32) 前提下对同轴线传输特性进行优化。若要衰减最小, 取 $b/a = 3.591$; 若要功率最大, 取 $b/a = 1.649$; 上述两种要求所对应的同轴线的特性阻抗值并不相同, 因此需要折中考虑, 通常取 $b/a = 2.303$, 此尺寸相应的空气同轴线特性阻抗为 50Ω 。除了 50Ω , 同轴线的特性阻抗还取 75Ω 作为标准值。 75Ω 考虑的主要是损耗小, 50Ω 兼顾了损耗和功率容量的要求。

§ 3.2 带状传输线

3.2.1 传输模式

带状线又称三板线, 如图 3-2-1(a) 所示, 由两块相距为 b 的接地板及中间的宽度为 W 、厚度为 t 的矩形截面导体带构成, 接地板之间填充相对介电常数为 ϵ_r 的均匀介质。带状线是双导体系统, 且介质均匀, 故可以支持 TEM 模传输, 这也是带状线的主模式。

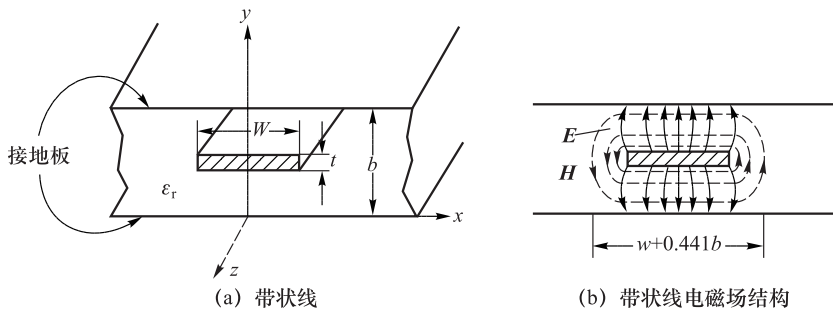


图 3-2-1 带状线的结构及其场分布

图 3-2-1(b) 表示其电磁场结构。直观上, 带状线可以视为由同轴线演变而成: 将同轴线内外导体变成矩形, 令其窄边延伸至无限远便成了带状线。然而, 也像同轴线一样, 带状线可存在高次型 TE 波或 TM 波。通常选择带状线的横向尺寸: $b < \frac{\lambda_{\min}}{2\sqrt{\epsilon_r}}$, $W < \frac{\lambda_{\min}}{2\sqrt{\epsilon_r}}$, 接地板宽度 $a = (5 \sim 6)W$, 以避免出现这些高次模。

这种两侧边开放的带状线的特性分析, 不像金属波导和同轴线那样简单。但我们关心的是带状线的 TEM 特性, 通过静电分析方法, 例如保角变换就可以获得带状线电路设计所需的全部数据。

3.2.2 传输参数

由于带状线传输的主模式是 TEM 模, 所以带状线可用长线理论的结论。

1. 相速和波导波长

由于是 TEM 模, $k_c = 0$, $\lambda_c = \infty$, 故带状线的相速为

$$v_p = v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.2.1)$$

式中, c 为自由空间光速。传播常数 β 则为

$$\beta = \frac{\omega}{v_p} = \frac{\omega}{v} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r} = k_0 \sqrt{\epsilon_r} \quad (3.2.2)$$

波导波长或带状线波长为

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.2.3)$$

式中 λ_0 为自由空间波长。

2. 特性阻抗

带状线的特性阻抗可由其单位长度电容来求得, 即

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \frac{\sqrt{L_1 C_1}}{C_1} = \frac{1}{v_p C_1} \quad (3.2.4)$$

由于带状线的场结构与静态场是一样的, 所以可用保角变换方法求解场的拉普拉斯方程, 精确求得带状线的单位长度电容 C_1 , 但求解过程复杂, 最后的解仍涉及复杂的椭圆函数, 不便工程

应用,因此工程上常用曲线拟合法得到简单准确的计算公式。对于零厚度的带状线,其特性阻抗的近似计算公式为

$$Z_0 = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \frac{b}{W_e + 0.441b}$$

式中, W_e 是中心导体带的有效宽度,且

$$\frac{W_e}{b} = \frac{W}{b} - \begin{cases} 0, & \frac{W}{b} > 0.35 \\ \left(0.35 - \frac{W}{b}\right)^2, & \frac{W}{b} < 0.35 \end{cases}$$

该式的精度约为 1%。由此式可以看出,带状线的特性阻抗随导体带宽度增大而单调减小,即阻抗越高,导体带宽度越窄,阻抗越低,导体带宽度越宽。

3.2.3 衰减常数

带状线的损耗包括导体损耗和介质损耗,总的衰减常数为

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d \quad (3.2.5)$$

式中 α_c 是中心导体带和接地板的导体衰减常数, α_d 是介质的衰减常数。

介质的衰减常数为

$$\alpha_d = \frac{k \tan \delta}{2} \quad (\text{Np/m}) \quad (3.2.6)$$

导体衰减常数可用惠勒增量电感法则求得,近似结果为

$$\alpha_c = \begin{cases} \frac{2.7 \times 10^{-3} R_s \varepsilon_r Z_0}{30\pi(b-t)} A, & \sqrt{\varepsilon_r} Z_0 < 120 \Omega \\ \frac{0.16 R_s}{Z_0 b} B, & \sqrt{\varepsilon_r} Z_0 > 120 \Omega \end{cases} \quad (\text{Np/m}) \quad (3.2.7)$$

式中

$$A = 1 + \frac{2W}{b-t} + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{b+t}{b-t} \ln \left(\frac{2b-t}{t} \right)$$

$$B = 1 + \frac{b}{(0.5W + 0.7t)} \left(0.5 + \frac{0.414t}{W} + \frac{1}{2\pi} \ln \frac{4\pi W}{t} \right)$$

t 是导体带厚度。

导体带和接地板的材料为铜的带状线,其 α_c 可用如下近似公式计算:

$$\alpha_c = \frac{\sqrt{f\varepsilon_r}}{b} \left[4 + \left(0.4 - 0.13 \ln \frac{t}{b} \right) (6.5x - 4x^2 + 7.5x^3) \right] \times 10^{-4} \quad (\text{dB/m}) \quad (3.2.8)$$

式中, $x = \sqrt{\varepsilon_r} Z_0 / 180$, 频率 f 的单位为 GHz, t 和 b 的单位为 m。式(3.2.8)的适用范围为 $0.003 \leq t/b \leq 0.030$ 。

§ 3.3 微带线

3.3.1 传输模式

微带线是最流行的传输线结构,可以采用平板印刷技术方便地制造,有较宽的阻抗变化范围。由于它的耦合特性,它可以用在不同的电路器件中。微带线目前是混合微波集成电路和单片微波集成电路使用最多的一种平面型传输线。它可用光刻程序制作,且容易与其他无源微波电路和有源微波器件集成,实现微波部件和系统的集成化。微带线是在金属片厚度为 h 的介质基片的一面制作宽度为 W 、厚度为 t 的导体带,另一面作接地金属平板而构成的,如图 3-3-1(a) 所示。图 3-3-1(b) 绘出了微带线的场分布,由于导体带上面 ($y > h$) 为空气,导体带下面 ($y \leq h$) 为介质基片,所以大部分场在介质基片内,且集中在导体带与接地板之间;但也有一部分场分布在基片上面的空气区域内,因此微带线不可能存在纯 TEM 模。这是容易理解的,因为 TEM 模在介质内的相速为 $c/\sqrt{\epsilon_r}$,而在空气中的相速为 c ,显然相速在介质-空气分界面处不可能对 TEM 模匹配。

最常用的介质基片材料是纯度为 99.5% 的氧化铝陶瓷 ($\epsilon_r = 9.5 \sim 10, \tan\delta = 0.0003$)、聚四氟乙烯 ($\epsilon_r = 2.1, \tan\delta = 0.0004$) 和聚四氟乙烯玻璃纤维板 ($\epsilon_r = 2.55, \tan\delta = 0.008$);用作单片微波集成电路的半导体基片材料主要是砷化镓 ($\epsilon_r = 13.0, \tan\delta = 0.006$)。

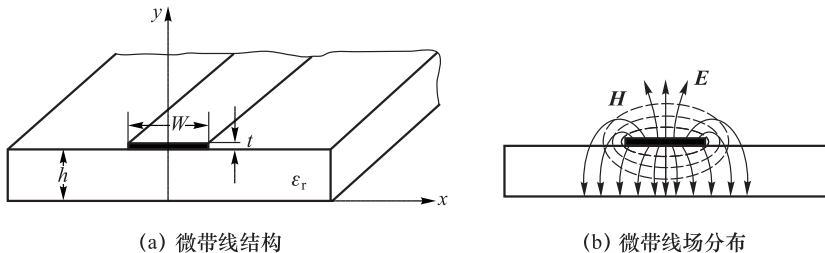


图 3-3-1 微带线及其场结构

事实上,微带线中真正的场是一种混合的 TE-TM 波场,其纵向场分量主要是由介质-空气分界面处的边缘场 E_x 和 H_x 引起的,它们与导体带和接地板之间的横向场分量相比很小,所以微带线中传输的模与 TEM 模相差很小,称为准 TEM (quasi-TEM) 模。由于微带线的传输模不是纯 TEM 模,致使微带线特性的分析比较困难和复杂。其分析方法也就很多,可归纳为准静态法 (quasi-static approach)、色散模型法 (dispersion model) 和全波分析法 (fullwave analysis) 三种。本节主要介绍微带线的准 TEM 模特性。

3.3.2 微带线的准 TEM 模特性

如上所述,微带线中的场为准 TEM 模,换言之,其场基本上与静态情况下的场相同。准静态方法便是将其模式看成纯 TEM 模,引入有效介电常数 (effective dielectric constant) 为 ϵ_e 的均匀介质代替微带线的混合介质,如图 3-3-2 所示。在准静态法中,传输特性参数是根据如下两个

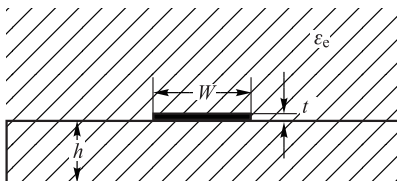


图 3-3-2 填充均匀介质的微带线

电容值计算的:一个是介质基片换成空气的空气微带线单位长度电容 C_1^a ;另一个是微带线单位长度电容 C_1 。特性阻抗 Z_0 和相位常数 β 可以用这两个电容表示为

$$\beta = k_0 \sqrt{\epsilon_e}, k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (3.3.1)$$

$$Z_0 = \frac{1}{v_p C_1} = \frac{Z_0^a}{\sqrt{\epsilon_e}} \quad (3.3.2)$$

式中 $Z_0^a = 1/cC_1^a$ 是空气微带线的特性阻抗。相速 v_p 和波导波长 λ_g 则为

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_e}} \quad (3.3.3)$$

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_e}} \quad (3.3.4)$$

由于电场线部分在介质基片内,部分在空气中,显然有

$$1 < \epsilon_e < \epsilon_r, \epsilon_e = \frac{C_1}{C_1^a} = \frac{\text{标准微带的单位长分布电容}}{\text{空气微带的单位长分布电容}} \quad (3.3.5)$$

ϵ_e 的大小取决于基片厚度 h 和导体带宽度 W 。由式(3.3.2)可见,引入 ϵ_e 后,微带线特性阻抗的求解可分为两步:第一步求空气微带线的特性阻抗 Z_0^a ,第二步求有效介电常数 ϵ_e 。用保角变换法可得出精确解,但都是复杂的超越函数式,工程上是用曲线拟合法逼近严格的准静态求解曲线,得到一组近似计算公式。零厚度微带线的近似计算公式为

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_e}} \ln \left(\frac{8h}{W} + \frac{W}{4h} \right) \\ \epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[\left(1 + \frac{12h}{W} \right)^{-\frac{1}{2}} + 0.041 \left(1 - \frac{W}{h} \right)^2 \right] \\ Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_e}} \cdot \frac{1}{\frac{W}{h} + 0.393 + 0.667 \ln \left(\frac{W}{h} + 1.444 \right)} \\ \epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + 12 \frac{h}{W} \right)^{-\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \frac{W}{h} \leq 1 \\ \\ \frac{W}{h} \leq 1 \end{array} \quad (3.3.6)$$

在 $0.05 < \frac{W}{h} < 20$, $\epsilon_r < 16$ 时,上式的精度优于 1%。

3.3.3 微带线的衰减

假如忽略辐射损耗,则微带线的衰减常数 α 为

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d \quad (3.3.7)$$

式中, α_c 为导体衰减常数, α_d 为介质衰减常数。

假定 $W/h \rightarrow \infty$, 电流在导体带和接地板内均匀分布, 则导体衰减常数近似为

$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_0 W} \quad (\text{Np/m}) \quad (3.3.8)$$

式中 $R_s = \sqrt{\omega \mu_0 / 2\sigma}$ 为导体的表面电阻。式(3.3.8)只适用于 $W/h \rightarrow \infty$ 的情况; 实际的 W/h 并非如此, 且电流在导体带和接地板内为非均匀分布。此种情况下的更精确的导体衰减常数可用惠勒增量电感法则求得。

由于微带线是部分介质填充, 所以需引入填充系数 (filling factor) q , 有

$$q = \frac{\varepsilon_e - 1}{\varepsilon_r - 1} \quad (3.3.9)$$

式(3.3.9)对一定区域内的部分介质填充情况均适用。微带线的介质衰减常数则可表示成

$$\begin{aligned} \alpha_d &= \frac{1}{2} \cdot \frac{Z_0^a}{\sqrt{\varepsilon_e}} q G_1 = \frac{q}{2} \cdot \frac{G_1}{\omega C_1} \omega C_1 \frac{Z_0^a}{\sqrt{\varepsilon_e}} \\ &= \frac{q}{2} \tan \delta \cdot 2\pi f \varepsilon_r C_1^a \frac{1}{c C_1^a} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_e}} \\ &= \frac{q \pi \varepsilon_r f}{v_p \varepsilon_e} \tan \delta = \frac{\pi \varepsilon_r}{\sqrt{\varepsilon_e}} \cdot \frac{\varepsilon_e - 1}{\varepsilon_r - 1} \frac{\tan \delta}{\lambda_0} \quad (\text{Np/m}) \end{aligned} \quad (3.3.10a)$$

若令 $q_e = \varepsilon_r (\varepsilon_e - 1) / \varepsilon_e (\varepsilon_r - 1)$, 则

$$\alpha_d = \pi \sqrt{\varepsilon_e q_e} \frac{\tan \delta}{\lambda_0} = \frac{\beta \tan \delta}{2} q_e \quad (\text{Np/m}) \quad (3.3.10b)$$

与完全填充均匀介质 ε_e 的 TEM 波介质衰减常数公式相似。

介质损耗

$$\alpha_d = \frac{20.0 \pi}{\ln(10.0)} \cdot \frac{q \tan \delta}{\lambda} \quad (\text{dB/单位长度}) \quad (3.3.11)$$

其中, q 是填充因子, λ_g 是微带线中的波长。

§ 3.4 矩形波导

矩形波导是应用最广泛的一种导波系统, 其结构如图 3-4-1 所示, 宽边尺寸为 a , 窄边尺寸为 b 。对于理想波导, 假定波导内填充无损耗介质 (通常是空气), 波导壁的损耗也忽略不计。实际应用的波导, 损耗都很小, 在工程上一般都可将其近似看成理想波导。因为只有一个导体, 所以传播模式不是 TEM 模。这些模式通常用 TE_{mn} 或者 TM_{mn} 来表示。下标 m 表示 x 方向变化的半周期数, n 表示 y 方向变化的半周期数。TE 波就是指 $\mathbf{H}$ 波只有纵向非零的磁场分布。TM 波指 $\mathbf{E}$ 波只有纵向非零的电场分布。在 TE_{mn} 模中 m 和 n 只可能有一个为 0, TM_{mn} 模中都不为 0。通常情况下, 如图 3-4-1 所示 ($a > b$), 本节都默认为这种情况。

3.4.1 矩形波导的通解

矩形波导是横截面为矩形的金属柱面波导,图3-4-1为矩形波导的示意图及相应的直角坐标系,其宽边尺寸为 a ,窄边尺寸为 b ,指的都是波导的内壁。矩形波导的边界与直角坐标系平行。设波导在 $\pm z$ 方向为无限长,波导内填充各向同性均匀媒质,通常媒质为空气, $\varepsilon = \varepsilon_0, u = u_0$ 。

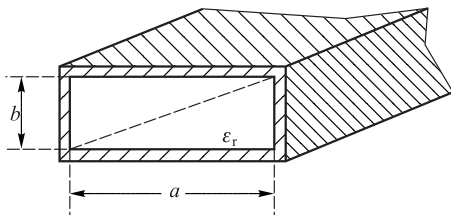


图3-4-1 矩形波导

1. TE 波

$E_z = 0, H_z$ 满足波动方程

$$\nabla^2 H_z + k^2 H_z = 0 \quad (3.4.1)$$

在直角坐标系中式(3.4.1)的具体形式为

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} + k^2 H_z = 0 \quad (3.4.2)$$

设波导的传播方向为 $+\hat{z}$,传播因子为 $e^{-jk_z z}$,对 z 的二次偏导数可以用 $-k_z^2$ 代替,令

$$k^2 - k_z^2 = k_c^2 \quad (3.4.3)$$

于是式(3.4.2)变为

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + k_c^2 H_z = 0 \quad (3.4.4)$$

式(3.4.3)称为色散方程, k_c 称作临界波数。应用分离变量法求解式(3.4.4),令

$$H_z(x, y, z) = X(x)Y(y)e^{-jk_z z} \quad (3.4.5)$$

将式(3.4.5)代入式(3.4.4),得

$$Y(y)\frac{d^2 X(x)}{dx^2} + X(x)\frac{d^2 Y(y)}{dy^2} + k_c^2 X(x)Y(y) = 0 \quad (3.4.6)$$

用 $X(x)Y(y)$ 除式(3.4.6),并移项,得

$$-\frac{1}{X(x)} \cdot \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = \frac{1}{Y(y)} \cdot \frac{d^2 Y(y)}{dy^2} + k_c^2 \quad (3.4.7)$$

k_c 是与坐标 x, y 无关的常数,上式左端仅是 x 的函数,右端仅是 y 的函数,因此可令

$$\frac{1}{X(x)} \cdot \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = -k_x^2 \quad (3.4.8)$$

$$\frac{1}{Y(y)} \cdot \frac{d^2 Y(y)}{dy^2} = -k_y^2 \quad (3.4.9)$$

k_x 和 k_y 也是与坐标 x, y 无关的常数。于是式(3.4.7)变为

$$k_x^2 + k_y^2 = k_c^2 \quad (3.4.10)$$

若求出 k_x 和 k_y , 便求得临界波数 k_c , 进一步可由色散方程求得 z 方向的传播常数 k_z 。式 (3.4.8) 和式 (3.4.9) 的解可以是三角函数或指数函数, 两种形式的解各具有其特定的物理解释, 本小结讨论三角函数形式的解。令

$$H_x(x, y, z) = [A \cos(k_x x) + B \sin(k_x x)] [C \cos(k_y y) + D \sin(k_y y)] e^{-jk_z z} \quad (3.4.11)$$

式中, A, B, C, D 为待定常数。在波导的内壁上, H_z 所满足的边界条件具体为

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (0 < y < b) \quad (3.4.12)$$

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (0 < x < a) \quad (3.4.13)$$

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial x} \right|_{x=a} = 0 \quad (0 < y < b) \quad (3.4.14)$$

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial y} \right|_{y=b} = 0 \quad (0 < x < a) \quad (3.4.15)$$

由式 (3.4.12) 和式 (3.4.13) 可分别求得 $B=0$ 和 $D=0$ 。将其余两常数 A 和 C 合并, 记作 H_{mn} (在下文的讨论中会给出 mn 的意义), 则

$$H_x(x, y, z) = H_{mn} \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (3.4.16)$$

将式 (3.4.16) 代入边界条件式 (3.4.14) 和式 (3.4.15) 得

$$\sin(k_x x) \big|_{x=a} = 0 \quad (3.4.17)$$

$$\sin(k_y y) \big|_{y=b} = 0 \quad (3.4.18)$$

式 (3.4.17) 和式 (3.4.18) 称为矩形波导的导行条件。由导行条件可确定 k_x 和 k_y 的具体形式为

$$k_x = \frac{m\pi}{a} \quad (3.4.19)$$

$$k_y = \frac{n\pi}{b} \quad (3.4.20)$$

式中, $m, n = 0, 1, 2, \dots$ 。由 k_x 和 k_y 的求解过程可知, k_x 和 k_y 与矩形波导填充的介质材料无关, 而仅取决于波导的尺寸和模式。最后得 $H_z(x, y, z)$ 的表示式为

$$H_z(x, y, z) = H_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z} \quad (3.4.21)$$

由磁场的纵向分量 H_z 可以计算 TE 波的电场和磁场的横向分量 $\mathbf{E}_t$ 和 $\mathbf{H}_t$ 。现在用 k_c^2 取代 $(k^2 - k_z^2)$, 并且具体化为直角坐标系, 有

$$\mathbf{H}_t = -j \frac{k_z}{k_c^2} \left(\frac{\partial H_z}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial H_z}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} \right) \quad (3.4.22)$$

$$\mathbf{E}_t = -\eta_{TE} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{H}_t \quad (3.4.23)$$

将式 (3.4.21) 代入式 (3.4.22), 式 (3.4.23) 中, 得各横向分量的表示式为

$$H_x = \frac{jk_z}{k_c^2} \left(\frac{m\pi}{a} \right) H_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z} \quad (3.4.24)$$

$$H_y = \frac{jk_z}{k_c^2} \left(\frac{n\pi}{b} \right) H_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z} \quad (3.4.25)$$

$$E_x = \eta_{\text{TE}} H_y \quad (3.4.26)$$

$$E_y = -\eta_{\text{TE}} H_x \quad (3.4.27)$$

一组 m, n 的标号代表了一个 TE 波的模, H_{10} 表示 TE_{10} 模的幅度, 有时也称为 H_{10} 模。注意, 标号 m, n 不能同时为零, 否则 $H_z(x, y, z)$ 与 x, y 无关。除 H_z 外, 其余各场分量皆为零, 但不可能存在这样的谐变场。

2. TM 波

$H_z = 0, E_z$ 满足波动方程, 利用波导边界上 $E_z = 0$ 的条件, 可导出 TM 波的 E_z , 从而求得其余各横向分量, 以及 k_x, k_y, k_c 和 k_z , 其推导过程与上述 TE 波的推导过程相似, 此处从略。下面直接列出主要结果, 分别为

$$k_x = \frac{m\pi}{a} \quad (3.4.28)$$

$$k_y = \frac{n\pi}{b} \quad (3.4.29)$$

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (3.4.30)$$

$$k_z^2 = k^2 - k_c^2 \quad (3.4.31)$$

$$E_x(x, y, z) = E_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z} \quad (3.4.32)$$

式中 E_{mn} 为常数, $m, n = 1, 2, 3, \dots$ 。场的分量具体化为

$$E_x = -\frac{jk_z}{k_c^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) E_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z} \quad (3.4.33)$$

$$E_y = -\frac{jk_z}{k_c^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) E_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-jk_z z} \quad (3.4.34)$$

$$H_x = -\frac{1}{\eta_{\text{TM}}} E_y \quad (3.4.35)$$

$$E_y = \frac{1}{\eta_{\text{TM}}} E_x \quad (3.4.36)$$

注意, 标号 m, n 中任一个都不能为零, 否则 TM 波的纵向分量 E_z 等于零, 因而其余各场分量亦为零, 这是没有意义的。一组符号 m, n 代表了一个 TM 波的模, 例如 E_{11} 表示 TM_{11} 模的幅度。

另外, 不能利用场方程的对偶性从矩形波导 TE 波的场变换为 TM 波的场, 因为在矩形波导中, E_z 和 H_z 的边界条件不同。下一小节还将讨论这一问题。

3.4.2 矩形波导中的力线图

本小节用电场线和磁力线来描绘矩形波导中的导波模, 从而对导波模有一个比较形象的了解。前面已经提到一组 m, n 标号对应了一个可能的电磁场方程的解, 称为 TE_{mn} 模和 TM_{mn} 模。图 3-4-2 给出了矩形波导中三个不同剖面的电场线和磁力线示意图, 请读者充分利用自己的空间想象力建立起立体的力线图景, 从而加深对电磁场、波导的理解。

(1) 以力线的疏密表示场的强弱, 力线的方向代表电场强度和磁场强度的方向。其中实线代表电场, 称为电场线; 虚线代表磁场, 称为磁力线。

(2) 对于均匀填充各向同性媒质的金属波导,可以证明 TE 波或 TM 波的每一个模式的电场强度 $\mathbf{E}$ 和磁场强度 $\mathbf{H}$ 是正交的,因而力线图中实线和虚线相交处应是相互垂直的。

(3) 磁力线是封闭的,因为自然界不存在磁荷;电场线可以是封闭的,也可以起始于波导壁,终止于波导壁,因为壁上有电流和电荷存在。

(4) 为了满足理想导体的边界条件,在波导壁附近电场线应该垂直于波导壁,磁力线应与波导壁平行相切。

(5) 电场线可以环绕交变磁场形成闭合曲线,电场线之间不能相互交叉;磁力线总是环绕交变电场形成闭合曲线,磁力线之间不能相互交叉。

(6) TE 波仅有横向电场线,无纵向电场线;TM 波仅有横向磁力线,无纵向磁力线。

(7) 对于单一模式的导行波,横向电场线的方向、横向磁力线的方向和波的传播方向呈右手关系。

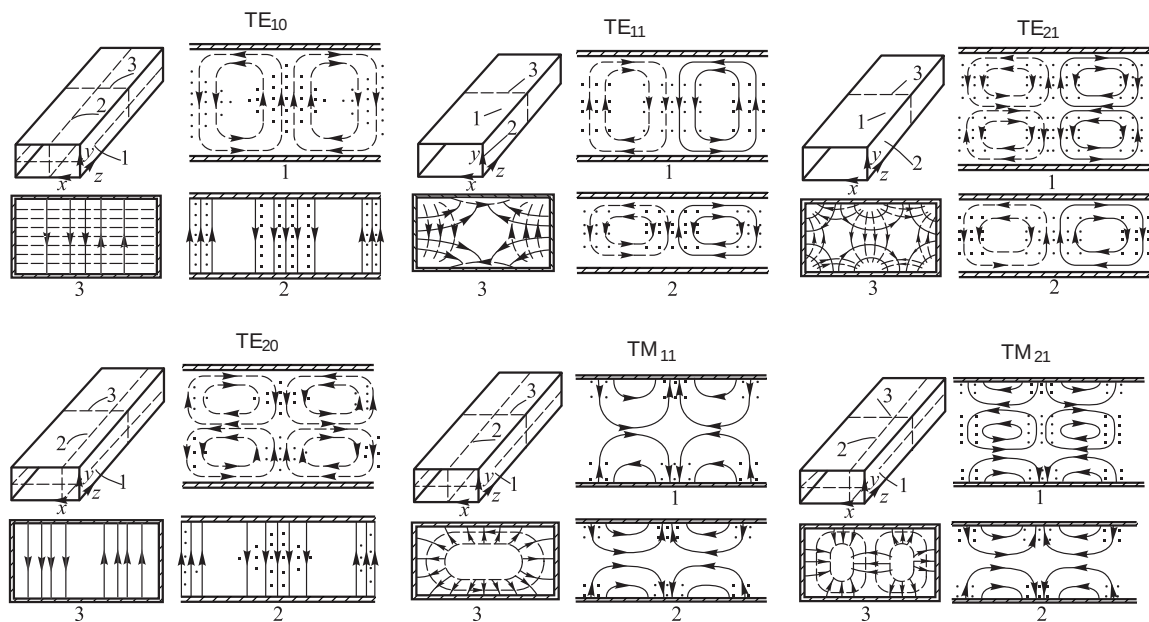


图 3-4-2 矩形波导中的场结构

3.4.3 矩形波导中导波的相速和群速

在矩形波导中波是沿 z 方向传输的,矩形波导中导波的相速 v_{pz} 为

$$v_{pz} = \frac{\omega}{k_z} \quad (3.4.37)$$

将 k_z 的表达式(3.4.31)代入式(3.4.37),得

$$v_{pz} = \frac{\omega}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{k_c}{k}\right)^2}} \quad (3.4.38)$$

事实上, ω/k 是自由空间的相速 v_p ,即为光速 c ,那么矩形波导中的相速

$$v_{pz} = \frac{v_p}{\sqrt{1 - \left(\frac{k_c}{k}\right)^2}} \quad (3.4.39)$$

由此式可知,在传播状态时,矩形波导中的相速大于自由空间的相速,即大于光速,相应的导波波长大于自由空间的波长。由此式还可知,矩形波导中的 TE 波和 TM 波的相速是频率的函数,这种情况称为色散,TEM 波是无色散的波,TE 波和 TM 波是色散波。

3.4.4 TE₁₀模矩形波导的传输功率

矩形波导实用时几乎都是以 TE₁₀模工作,其截止波数 $k_{cTE_{10}}$ 与传播常数 $\beta_{TE_{10}}$ 为

$$k_{cTE_{10}} = \pi/a$$

$$\beta_{TE_{10}} = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$$

于是传输 TE₁₀模的矩形波导的传输功率为

$$\begin{aligned} P_{TE_{10}} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{z=0}^a \int_{r=0}^b \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot \hat{\mathbf{z}} dy dx = \int_{z=0}^a \int_{r=0}^b E_y H_z^* dy dx \\ &= \frac{\omega \mu a^3 b}{4 \pi^2} |H_{10}|^2 \beta_{TE_{10}} \\ &= \frac{ab}{4} \cdot \frac{|E_{10}|^2}{Z_{TE_{10}}} \end{aligned} \quad (3.4.40)$$

式中 E_{10} 是 TE₁₀模 E_r 分量的振幅常数,将空气的击穿场强 $E_{br} = 30 \text{ kV/cm}$ 代入式(3.4.40),可得 TE₁₀模空气矩形波导的脉冲功率容量为

$$P_{br} = 0.6ab \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2} \text{ (MW)} \quad (3.4.41)$$

3.4.5 TE₁₀模矩形波导的损耗

1. 介质损耗

金属波导中填充均匀介质的损耗引起的导波衰减常数为

$$\alpha_1 = \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} \text{ (NP/m)} \quad (\text{TE 波或 TM 波}) \quad (3.4.42)$$

2. 导体损耗

TE₁₀模矩形波导的导体衰减常数为

$$\alpha_c = \frac{R_{cs}}{b\eta} \left[1 + 2 \frac{b}{a} \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 \right] \frac{1}{\sqrt{1 - (\lambda_0/2a)^2}} \text{ (NP/m)} \quad (3.4.43)$$

3.4.6 矩形波导的导体壁电流

矩形波导的导体壁的面电流密度 J_s 与表面磁场切向分量 H_τ 的关系为

$$\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_\tau \quad (3.4.44)$$

式中, $\hat{\mathbf{n}}$ 是波导导体内壁的单位法向矢量, H_τ 是内表面磁场的切向分量。以 TE₁₀模为例,其各场

的分量为

$$\left. \begin{aligned} H_z &= H_{10} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-jk_z z} \\ E_y &= -j\omega\mu \frac{a}{\pi} H_{10} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-jk_z z} \\ H_x &= jk_z \frac{a}{\pi} H_{10} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-jk_z z} \\ H_y &= E_x = E_z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.45)$$

在 $y=0$ 和 $y=b$ 处的波导宽边,其法向单位矢量为 $\hat{n} = \pm\hat{y}$,面电流密度为

$$\mathbf{J}_s = \pm H_{10} \left[\hat{x} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) - j \hat{z} k_z \frac{a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right] e^{-jk_z z} \quad (3.4.46)$$

在 $x=0$ 和 $x=a$ 处的波导窄边,其法向单位矢量为 $\hat{n} = \pm\hat{x}$,面电流密度为

$$\mathbf{J}_s = -\hat{y} H_{10} e^{-jk_z z} \quad (3.4.47)$$

波导导体内壁 TE_{10} 模面电流密度分布示意图如图 3-4-3 所示。从图中可以看出沿 z 方向面电流密度 $\mathbf{J}_s$ 也显示了波动性。如果仅考虑波导导体内壁上的传导电流,显然是不连续的,只有同时考虑波导内的位移电流时,全电流才是连续的,这是全电流连续的一个生动的例子。

为了测量的需要或制作缝隙天线,常常在波导上开缝,如果缝切断壁上的传导电流则将引起辐射,如果缝平行于壁上的传导电流辐射就比较小。当缝切断传导电流时,为了保持电流连续性,在缝上必有位移电流 $\frac{\partial D}{\partial t}$,这就是说,在缝上有电场 $\mathbf{E}$ 。如果 $\mathbf{E}$ 中含有与磁场 $\mathbf{H}$ 相互垂直的分量,那么必然存在指向波导壁外的坡印廷矢量,从而形成辐射。当缝沿 z 方向开在矩形波导宽壁的中央时,缝平行于传导电流,辐射非常小,以此结构制成一种称作测量线的仪器,将探针通过缝伸入到矩形波导内,探测波导内场的驻波分布。

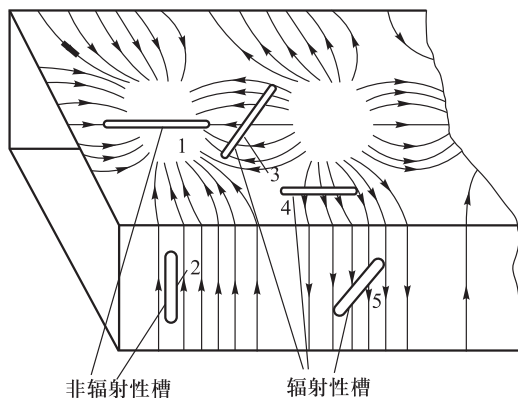


图 3-4-3 矩形波导 TE_{10} 模面电流密度分布示意图

具有不同的场结构,而有相同的传输参数与传输条件的现象,称为简并。当许多场模式有着相同的截止频率时将会出现简并模。实际中波导可以传播的最低频率称为主模(TE_{10} 模),此时

$$\lambda_c = 2.0a \quad (3.4.48)$$

波导波长为

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r \left[1.0 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{c_{m,n}}} \right)^2 \right]}} \quad (3.4.49)$$

TE_{mn} 模和 TM_{mn} 模的截止频率为

$$\omega_{c_{mn}} = \frac{c_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2} \quad (\text{rad/s}) \quad (3.4.50)$$

TE 模 ($n \neq 0$) 的导体损耗为

$$\alpha_{c_{TE_{mn}}} = \frac{2.0R_s}{b\eta \sqrt{1.0 - (f_c/f)^2}} \left\{ \left(1.0 + \frac{b}{a} \right) \left(\frac{f_c}{f} \right)^2 + \left[1.0 - \left(\frac{f_c}{f} \right) \right] \left[\frac{(b/a) [(b/a)m^2 + n^2]}{(b^2m^2/a^2) + n^2} \right] \right\} \quad (3.4.51)$$

TE_{m0} 模的损耗为

$$\alpha_{c_{TE_{m0}}} = \frac{2.0R_s}{b\eta \sqrt{1.0 - (f_c/f)^2}} \left[1.0 + \frac{2.0b}{a} \left(\frac{f_c}{f} \right)^2 \right] \quad (3.4.52)$$

对于 TM 模的计算式为

$$\alpha_{c_{TM_{mn}}} = \frac{2.0R_s}{b\eta \sqrt{1.0 - (f_c/f)^2}} \cdot \frac{(b/a)^3 m^2 + n^2}{(b^2m^2/a^2) + n^2} \quad (3.4.53)$$

介质损耗为

$$\alpha_d = \frac{k_0^2 \epsilon_r \tan \delta}{2.0\beta} \quad (3.4.54)$$

其中

$$k_0^2 = k_c^2 + \beta^2 \quad (3.4.55)$$

$$\beta = \frac{2.0\pi}{\lambda_g} \quad (3.4.56)$$

$$k_c = \frac{2.0\pi \sqrt{\mu_r \epsilon_r}}{\lambda_c} \quad (3.4.57)$$

TE₁₀ 模的阻抗为

$$Z_{TE_{10}} = \frac{\eta_0}{\sqrt{1.0 - \left(\frac{\lambda}{2.0a} \right)^2}} \quad (3.4.58)$$

§ 3.5 圆 波 导

金属圆波导简称圆波导。圆波导也是常用的一种规则的金属波导,本节仅讨论圆波导的通解、力线图和色散方程。

3.5.1 圆波导的通解

仍采用直接求解法去求圆波导的通解,为此,对 TE 波首先求解 H_z 分量,对 TM 波首先求解

E_z 分量。无论是 TE 波还是 TM 波,都需解下述形式的圆柱坐标系下的波动方程

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0 \quad (3.5.1)$$

式中, r, φ, z 代表圆柱坐标系的三个坐标变量,如图 3-5-1 所示; k 是自由空间波数;对于 TE 波, ψ 代表 H_z 分量和 E_z 分量时将分别应用边界条件式,具体到圆波导为 $\left. \frac{\partial H_z}{\partial n} \right|_{r=R} = 0$ 和 $E_z|_{r=R} = 0$, R 是圆波导的内壁的半径。为了简化,设波向 $+z$ 方向传播,其相应的传播因子为 $e^{-jk_z z}$, ψ 对 z 的二次偏导数可用 $(-k_z^2)$ 取代,并令

$$k^2 - k_z^2 = k_c^2 \quad (3.5.2)$$

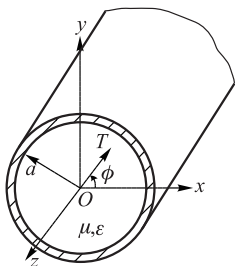


图 3-5-1 圆波导

那么式(3.5.1)变为

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + k_c^2 \psi = 0 \quad (3.5.3)$$

k_c 为临界波数,式(3.5.2)为色散方程。采用分离变量法,令

$$\psi(r, \varphi, z) = R(r) \Phi(\varphi) e^{-jk_z z} \quad (3.5.4)$$

将 $\psi(r, \varphi, z)$ 的表示式(3.5.4)代入式(3.5.3),乘以 r^2 、除以 $\psi(r, \varphi, z)$,并将与坐标 φ 有关的项移到等式右端,得

$$\frac{r}{R(r)} \cdot \frac{d}{dr} \left[r \frac{dR(r)}{dr} \right] + k_c^2 r^2 = \frac{1}{\Phi(\varphi)} \cdot \frac{d^2 \Phi(\varphi)}{d\varphi^2} \quad (3.5.5)$$

式(3.5.5)右端仅仅是 φ 的函数,左端仅仅是 r 的函数,可以首先令

$$-\frac{1}{\Phi(\varphi)} \cdot \frac{d^2 \Phi(\varphi)}{d\varphi^2} = n^2 \quad (3.5.6)$$

其解为

$$\Phi(\varphi) = C \cos(n\varphi + \varphi_0) \quad (3.5.7)$$

式中 C 和 φ_0 为常数。波导中任意一点的场必须是单值的,换句话说, (r, φ) 点与 $(r, \varphi + 2\pi)$ 点是同一点,其场也应有相同的值,这就是所谓单值条件,用公式表示为

$$\cos(n\varphi + \varphi_0) = \cos(n\varphi + n2\pi + \varphi_0) \quad (3.5.8)$$

可见 n 必须是整数,取 $n = 0, 1, 2, \dots$ 。 $\varphi_0 = 0, \pi/2$ 是式(3.5.7)的两个特解,其相应的物理意义稍后将予以说明。为了简化,我们取 $\varphi_0 = 0$,于是

$$\Phi(\varphi) = C \cos(n\varphi) \quad (3.5.9)$$

将式(3.5.6)代入式(3.5.5),得

$$r \frac{d}{dr} \left[r \frac{dR(r)}{dr} \right] + (k_c^2 r^2 - n^2) R(r) = 0 \quad (3.5.10)$$

令 $k_c r = u$, 上式改写为

$$u \frac{d}{du} \left[u \frac{dR(u)}{du} \right] + (u^2 - n^2) R(u) = 0 \quad (3.5.11)$$

或

$$u^2 \frac{d^2 R(u)}{du^2} + u \frac{dR}{du} + (u^2 - n^2) R(u) = 0 \quad (3.5.12)$$

这就是熟知的贝塞尔方程,其通解为

$$R(u) = B_1 J_n(u) + B_2 N_n(u) \quad (3.5.13)$$

式中, $J_n(u)$ 是 n 阶贝塞尔函数, $N_n(u)$ 是纽曼函数。

圆波导中任意一点的场必须是有限值,因此式(3.5.13)中的 B_2 必须为零,否则在 $r=0$ 处, $N_n(0) \rightarrow -\infty$, 场为无穷大。现在,综合上述已求得的 $R(r)$ 和 $\Phi(\varphi)$ 的表达式,得到

$$\psi = D J_n(k_c r) \cos(n\varphi) e^{-jk_z z} \quad (3.5.14)$$

式中, D 是常数。

对于 TE 波的 TE_{ni} 模, $\psi = H_z$, 常数 D 记作 H_{ni} , 那么

$$H_z = H_{ni} J_n(k_c r) \cos(n\varphi) e^{-jk_z z} \quad (3.5.15)$$

在圆波导内壁 $r=R$ 处, H_z 所满足的边界条件为

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 \quad (3.5.16)$$

由式(3.5.16)可得

$$J'_n(k_c R) = 0 \quad (3.5.17)$$

这是圆波导中 TE 波的导行条件。各阶贝塞尔函数的导函数的根 v_{ni} 与临界波数 $k_{c(ni)}$ 和临界波长 $\lambda_{c(ni)}$ 的关系为

$$v_{ni} = k_{c(ni)} R = 2\pi R / \lambda_{c(ni)} \quad (3.5.18)$$

表 3-5-1 列出了若干个 TE_{ni} 模的 v_{ni} 值。磁场的横向分量和电场的横向分量与纵向磁场的关系在圆柱坐标系下为

$$\mathbf{H}_t = -\frac{jk_z}{k_c^2} \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \hat{\boldsymbol{\varphi}} \right) \quad (3.5.19)$$

$$\mathbf{E}_t = \eta_{TE} \mathbf{H}_t \times \hat{\mathbf{z}} \quad (3.5.20)$$

式中, η_{TE} 为 TE 波的波阻抗。将式(3.5.19)、式(3.5.20)展开,得

$$H_r = -\frac{jk_z}{k_c^2} H_{ni} J'_n(k_c r) \cos(n\varphi) e^{-jk_z z} \quad (3.5.21)$$

$$H_\varphi = \frac{jk_z n}{k_c^2 r} H_{ni} J_n(k_c r) \sin(n\varphi) e^{-jk_z z} \quad (3.5.22)$$

$$E_r = \frac{\omega \mu}{k_z} H_\varphi \quad (3.5.23)$$

$$E_{\varphi} = -\frac{\omega\mu}{k_z}H_r \quad (3.5.24)$$

式中, n 表示纵向磁场分量 H_z 在 $0 \leq \varphi < 2\pi$ 内沿 φ 变化的周期数, i 表示纵向磁场分量 H_z 在 $0 < r \leq R$ 范围内极值的数目, H_z 的极值点就是贝塞尔函数导函数的零点, 注意, 不包括 $r=0$ 点。

对于 TM 波的 TM_{ni} 模, $\psi = E_z$, 常数 D 记作 E_{ni} , 那么

$$E_z = E_{ni} J_n(k_c r) \cos(n\varphi) e^{-jk_z z} \quad (3.5.25)$$

在圆波导内壁 $r=R$ 处, E_z 所满足的边界条件为

$$E_z|_{r=R} = 0 \quad (3.5.26)$$

于是

$$J_n(k_c R) = 0 \quad (3.5.27)$$

这是圆波导中 TM 波的导行条件。各阶贝塞尔函数的根 u_{ni} 与临界波数 $k_{c(ni)}$ 和临界波长 $\lambda_{c(ni)}$ 的关系为

$$u_{ni} = k_{c(ni)} R = 2\pi R / \lambda_{c(ni)} \quad (3.5.28)$$

表 3-5-2 列出了若干个 TM_{ni} 模的 u_{ni} 值。电场的横向分量和磁场的横向分量与纵向电场的关系在圆柱坐标系下为

$$\mathbf{E}_t = -\frac{jk_z}{k_c^2} \left(\frac{\partial E_z}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} \hat{\boldsymbol{\varphi}} \right) \quad (3.5.29)$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\eta_{TM}} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_t \quad (3.5.30)$$

将式(3.5.29)、式(3.5.30)展开, 得

$$E_r = -\frac{jk_z}{k_c^2} E_{ni} J'_n(k_c r) \cos(n\varphi) e^{-jk_z z} \quad (3.5.31)$$

$$E_{\varphi} = \frac{jk_z n}{k_c^2 r} E_{ni} J_n(k_c r) \sin(n\varphi) e^{-jk_z z} \quad (3.5.32)$$

$$H_r = -\frac{\omega\mathcal{E}}{k_z} E_{\varphi} \quad (3.5.33)$$

$$H_{\varphi} = \frac{\omega\mathcal{E}}{k_z} E_r \quad (3.5.34)$$

式中, n 表示纵向电场 E_z 在 $0 \leq \varphi < 2\pi$ 范围内沿 φ 变化的周期数, i 表示纵向电场 E_z 在 $0 < r \leq R$ 范围内的零点数目, 注意, 不包括 $r=0$ 点。

下面对 TE_{11} 、 TM_{01} 、 TE_{01} 、 TM_{11} 模的特点分别作一简要说明。应用 TE_{ni} 模和 TM_{ni} 模的一般表示式, 将 n 和 i 的具体数字代入, 不难得出上述四个模的各个场分量的表示式。图 3-5-2 给出了 TE_{11} 、 TM_{01} 、 TE_{01} 模的力线图及相应的一些参数。

TE_{11} 模是圆波导中的最低模。在求解 TE 波的过程中, 曾经指出 $\varphi_0 = 0, \pi/2$ 是两个特解, 实际上 φ_0 是任意的。 TE_{11} 模的电场具有一定的极化方向, 任意极化方向的电场, 总可以分解成两个正交极化电场, 如图 3-5-3 所示。如果将这两个正交极化的 TE_{11} 模看作两个模, 它们对应着同一个临界波数 $k_{c(11)}$, 这种现象称为极化简并。这两个极化简并的模各自携带各自的功率和信息, 形成两个信息通道, 可作为频率复用的手段; 如设法使这两个极化简并的模幅度相等、相位相差 $\pi/2$ 可用来形成圆极化场。

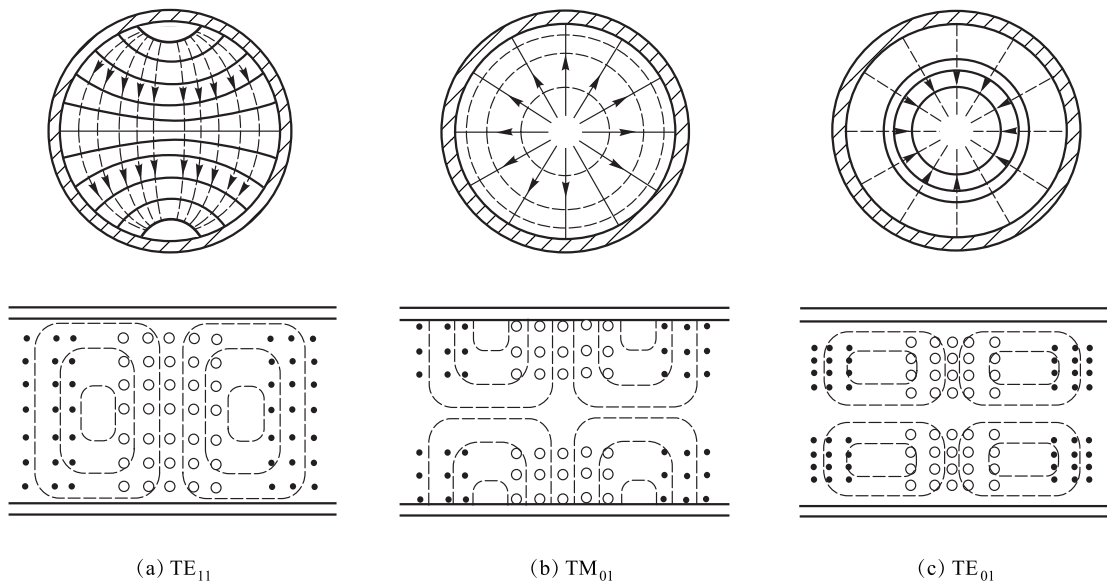
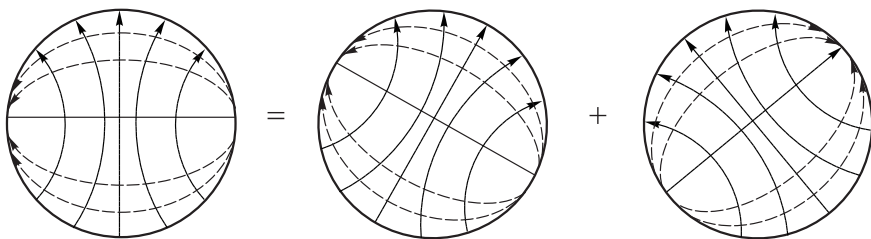


图 3-5-2 圆波导电力线图

图 3-5-3 圆波导 TE_{11} 模极化简并

TM_{01} 模的场沿 φ 方向无变化, 因为 $n=0$, 无极化简并现象。磁场只有 φ 分量, 由 $\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_t$ 可知电流只有 z 分量。 TM_{01} 模具有较强的纵向电场分量。传导电流在圆波导的内壁, 位移电流相对集中在圆波导的中心, 也是沿 z 方向。

TE_{01} 模的场沿 φ 方向无变化, 因为 $n=0$, 无极化简并现象。波导壁附近的磁场只有 z 分量。由导体表面磁场与表面电流的关系式可知, 壁电流只有 φ 分量。

TM_{11} 模不但有极化简并而且有一般的模式简并。因为 $n \neq 0$, 故像 TE_{11} 那样有极化简并现象。注意到 TE_{01} 模的导行条件是 $J'_0 = 0$, TM_{11} 模的导行条件是 $J_1 = 0$, 因为 $J'_0 = -J_1$, 所以 TM_{11} 模和 TE_{01} 模的临界波数 k_c 相等, 故 TE_{01} 与 TM_{11} 模为简并模。事实上, TE_{0i} 与 TM_{1i} 也是简并模。

3.5.2 圆波导的色散方程

圆波导的色散方程同样是 $k^2 - k_z^2 = k_c^2$, 用圆波导的半径乘以色散方程两端, 得

$$(kR)^2 = (k_c R)^2 + (k_z R)^2 \quad (3.5.35)$$

或

$$(k_z R)^2 = (kR)^2 - (k_c R)^2 \quad (3.5.36)$$

式(3.5.35)、式(3.5.36)对应了两种形式的 k 图,横坐标为 $k_c R$,纵坐标为 $k_z R$ 。色散方程乘以 R 的好处是 $k_c R$ 只取一系列离散的值,如表3-5-1和表3-5-2所示,这些值即为贝塞尔函数导函数的根 v_{ni} 和贝塞尔函数的根 u_{ni} 。当给定工作频率和圆波导的半径后 kR 圆就完全确定了,可在 k 图上画出 kR 圆。若 v_{ni} 和 u_{ni} 落在 kR 圆内,那么相应的模是可以传播的模;若 v_{ni} 和 u_{ni} 落在 kR 圆的外面,与其相应的模便是截止的模。

表 3-5-1 TE_{ni} 模的 v_{ni} 值

$\begin{matrix} v_{ni} \\ i \end{matrix} \backslash n$	0	1	2	3	4
1	3.832	1.841	3.054	4.201	5.317
2	7.016	5.331	6.706	8.015 2	9.282
3	10.173	8.536	9.969	11.346	12.682
4	13.324	11.706	13.170		

TM_{ni} 模的计算与 TE_{ni} 的形式相同, u_{ni} 的值见表3-5-2。

表 3-5-2 TM_{ni} 模的 u_{ni} 值

$\begin{matrix} u_{ni} \\ i \end{matrix} \backslash n$	0	1	2	3	4
1	2.405	3.832	5.136	6.380	7.588
2	5.520	7.016	8.417	9.761	11.065
3	8.654	10.173	11.620	13.015	14.372
4	11.792	13.323	14.796		

§ 3.6 其他类型传输线

本节介绍除带状线和微带线外的其他形式传输线,它们各具优点,有重要应用价值。

3.6.1 平行传输线

平行传输线结构如图3-6-1所示。平行传输线对应的参数为

$$Z_0 = \frac{\eta_0}{\pi \sqrt{\epsilon_r}} \operatorname{arcosh} \left(\frac{D}{d} \right) (\Omega) \quad (3.6.1)$$

或

$$Z_0 = \frac{\eta_0}{2.0\pi \sqrt{\epsilon_r}} \operatorname{arcosh} \left(\frac{2.0D^2 - d^2}{d^2} \right) (\Omega) \quad (3.6.2)$$

当 d/D 远小于1.0时有效。

导线损耗为

$$\alpha_c = \frac{P}{2.0d} \cdot \frac{\sqrt{f\epsilon}}{\operatorname{arcsh} v} (\text{奈培/cm}) \quad (3.6.3)$$

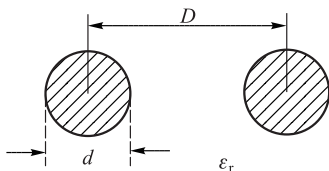


图 3-6-1 平行传输线

其中

$$P = \frac{v}{\sqrt{v^2 - 1.0}} \quad (3.6.4)$$

$$v = \frac{D}{d} \quad (3.6.5)$$

P 是一个距离因子。

3.6.2 共面传输线

在微波集成电路中,共面波导(CPW)得到广泛的应用。把共面波导用到微波电路中增加了电路设计的灵活性,并改善了某些功能电路的性能。共面波导的结构如图 3-6-2 所示,共面波导的优势源于它本身的单边特性。不能把接地板穿过孔置于此结构的另一边。这使得利用表面以上部分十分理想。另一种有前途的传输结构称为共面带状线(CPS),它是一种和共面波导互补的结构。这两种结构均为共面传输线范畴。在这类传输线中,所有导体均位于同一平面内(即在介质衬底的上表面)。这两种传输线的一个明显优点是安装并联或串联形式的(有源或无源)集总参数元件都很方便,不需要在衬底上钻孔或开槽。共面波导和共面带状线都能支持 TEM 波的传播,已用静态法和全波法对它们作了分析,可得出相应的公式,一般来说,损耗随阻抗的降低或带线宽度的增加而减小。

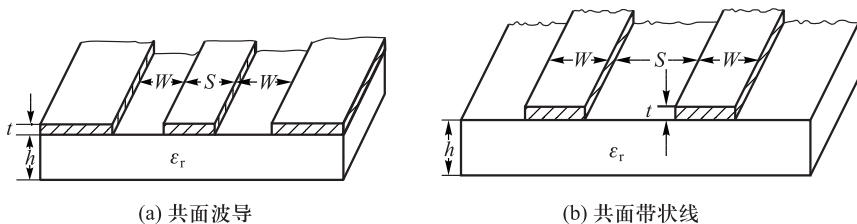


图 3-6-2 共面传输线

3.6.3 悬置微带线和倒置微带线

悬置微带线和倒置微带线如图 3-6-3 所示,它们具有比微带更高的 Q 值。这两种传输线可实现很宽范围的阻抗值,因而特别适用于滤波器。当 $t/a \leq 1$ 时,特性阻抗和有效介电常数的公式为

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \left[\frac{f(u)}{u} + \sqrt{1 + \left(\frac{2}{u} \right)^2} \right]$$

式中 $f(u) = 6 + (2\pi - 6) e \left[- \left(\frac{30.66}{u} \right)^{0.7528} \right]$

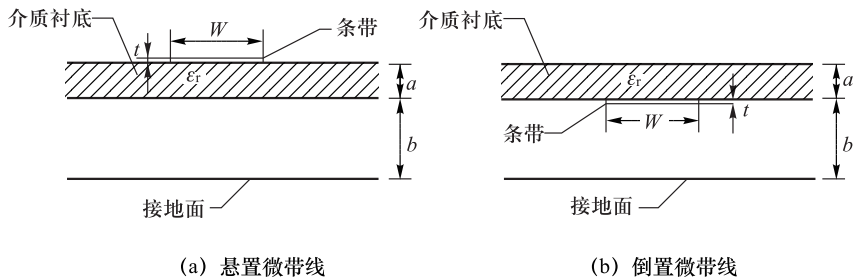


图 3-6-3 共面传输线

对于悬置微带线, $u = W/(a+b)$; 对于倒置微带线, 则 $u = W/b$ 。

悬置微带线的有效介电常数 ε_e 可由下式求出, 即

$$\sqrt{\varepsilon_e} = \left[1 + \frac{a}{b} \left(a_1 - b_1 \ln \frac{W}{b} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} - 1 \right) \right]^{-1}$$

式中, $a_1 = \left(0.8621 - 0.125 \ln \frac{a}{b} \right)^4$, $b_1 = \left(0.4986 - 0.1397 \ln \frac{a}{b} \right)^4$ 。

倒置微带线的有效介电常数可由下式求出, 即

$$\sqrt{\varepsilon_e} = 1 + \frac{a}{b} \left(\bar{a}_1 - \bar{b}_1 \ln \frac{W}{b} \right) (\sqrt{\varepsilon_r} - 1)$$

式中, $a_1 = \left(0.5173 - 0.1515 \ln \frac{a}{b} \right)^2$, $b_1 = \left(0.3092 - 0.1047 \ln \frac{a}{b} \right)^2$ 。

3.6.4 鳍线

鳍线是 20 世纪 70 年代末期出现的一种新型毫米波传输线。它具有单模、频带宽、低色散、损耗比微带小和组装半导体元器件方便等优点。因此, 鳍线是毫米波平面集成电路中很有发展前途的一种传输线。对于这种传输线的理论和应用目前已成功研制出毫米波元器件, 如谐振器、滤波器和混频器等。典型的鳍线结构截面图如图 3-6-4 所示, 图(a)为双侧鳍线, 图(b)为绝缘鳍线。

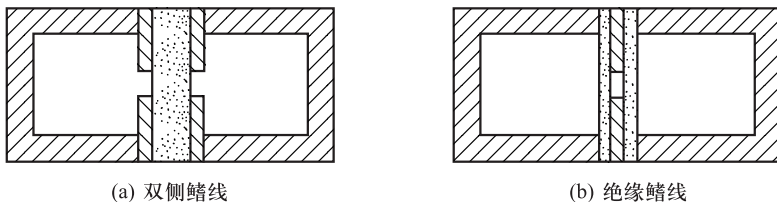


图 3-6-4 双侧鳍线和绝缘鳍线截面图

习 题 3

1. 什么叫作波型? 如何划分波型? 有哪几种波型?
2. 什么是工作波长、截至波长和波导波长? 三者的关系是什么? 对于矩形波导中的 TE 波和 TM 波, 截至波长的表示式是什么?
3. 试从不同的角度说明, 在矩形波导内不可能有沿轴向传输的 TEM 波。
4. 什么叫作色散? 产生色散的原因是什么? 色散会产生什么样的影响?
5. 一个空气填充的同轴线, 其内导体的外直径 $2a = 12.7 \text{ mm}$, 外导体的内直径 $2b = 31.75 \text{ mm}$, 空气的击穿强度为 30 kV/cm , 传输 TEM 波, 频率 $f = 9.375 \text{ GHz}$, 试求同轴线能传输的最大功率。
6. 欲在同轴线中只传输 TEM 波, 其条件是什么? 若一个空气填充的同轴线, 其内导体的外半径 $a = 5 \text{ cm}$, 外导体的内半径 $b = 5.6a$, 试求只传输 TEM 波时, 最短的工作波长。
7. 简述微带中的相速、光速、导体内波长与自由空间波长间的关系。
8. 已知带状线两接地板之间的距离 $b = 10 \text{ mm}$, 中心导体带的宽度 $W = 2 \text{ mm}$, 厚度 $t = 0.55 \text{ mm}$, 试求填充介质的 $\varepsilon_r = 2.25$ 和 $\varepsilon_r = 2.55$ 时的特性阻抗。
9. 已知带状传输线填充介质的 $\varepsilon_r = 2.25$, 两接地板之间的距离 $b = 5 \text{ mm}$, 中心导体带的厚度 $t = 0.2 \text{ mm}$, 试分别求出带状线的特性阻抗为 55Ω 、 70Ω 和 75Ω 时, 中心导体带的宽度 W 。